

数学パズル(メイク N)

大阪府立大手前高等学校

Abstract

This is a study of whether there is a regularity in the mathematical puzzle called "Make numbers from 1 to 9 using the same number (2 to 9) 5 times, four-rule operation, and brackets".

1. 概要

メイクテンという有名なパズルゲームがある。4つの数字と四則演算、かっこを用いて10を作るゲームである。私達は、5つの同じ数字と四則演算、かっこを用いることで1～9の数字を作れるのか検証し、その中に規則性はあるのかを考えた。

2. 方法

数学パズルを「同じ数字(2～9)を5回、四則演算、かっこを使って1～9の数字をつくる」というルールを持つゲームであると定義し、2～9の数字を5回使う場合に1～9の数字を作れるか全て調べる。

例) 3を5回使用し、1を作る $(3 \times 3 + 3) \div 3 - 3 = 1$

3. 結果

同じ数字を5回使う場合、2～9の全ての数字で1～9の数字をつくることができ、その中からいくつかの規則性を見つけた。いくつか例を示す。

$$x \div x + (x - x)x = 1 \quad (x + x) \div x + (x - x) = 2 \quad (x + x) \div x + x \div x = 3 \quad (x + x + x + x) \div x = 4$$

同じ数字(2～9)を5回以上使う時に規則性があるのは4までだと分かった。

そしてこの規則性から、同じ数字をn個使うとき、規則性があるものはn-1まで(nは2以上の自然数)なのではないかと予想し、規則性を見つけ出した。

すべての整数mがn個あるとする。その時、mをn個使ってn-1までの数を作る規則性(n ≥ 4)

● n-3までの数のとき

$$\frac{\{m(n-k)\}}{m} + m^{k-3}(m-m) \quad (k \geq 3)$$

● n-2のとき

$$\frac{\{m(n-3)\}}{m} + \frac{m}{m}$$

● n-1のとき

$$\frac{\{m(n-1)\}}{m}$$

4. 考察

数学的帰納法によって同じ数字を6回以上使う場合も同様のことが言える、と証明できるのではないかと考えた。

さらに文字がn個(n ≥ 4)のとき、すべての数字で同じ形を使って作れる数はn-2までなのではないかと仮説した。

5. 結論

本研究では、同じ数字(2～9)を5個以上と四則演算、かっこを用いる時、全ての場合で1～9の数字を作ることができ、文字がn個(n ≥ 4)のときについて公式化することができた。今後の展望としては、作成した公式にもっと大きな数字を使用したときに反例が生じないか、まだ証明できていない公式の部分をどのようにすれば作れるかを研究していきたい。