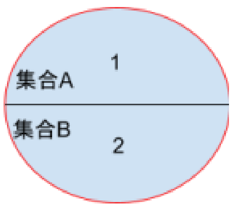
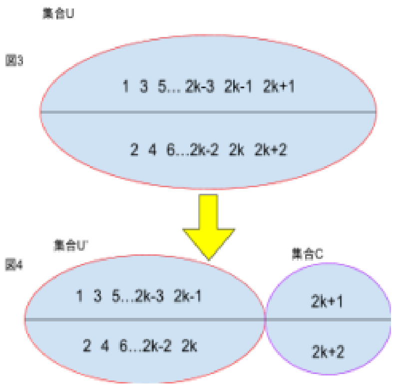
無限集合についての考察

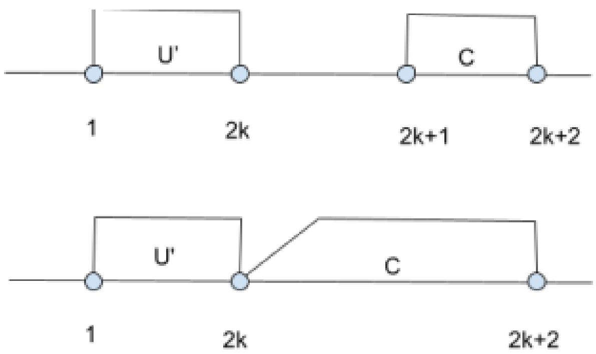
1.背景
中学生のとき、相対性理論について調べているときに無限について関心ができ、無限についてより知識を深めたいと思った。
2.アレフ･ゼロについて
数学者のカントール(Georg Cantor, 1845－1918)は、最初に実数の連続性の公理(と同等であるとされてきた有界単調数列の収束定理)を用いた証明法(区間縮小法)で、また後に対角線論法を用いた証明法で、実数全体の要素数(濃度)としての無限($\aleph$ アレフ)は、自然数全体の要素数としての無限($\aleph_0$アレフゼロ、可算無限)よりも大きいということを示しました。
3.目的
無限集合を分割することにより無限集合の矛盾を指摘する。
集合の大きさや元の数の大小を考えるときに濃度に変わる新たな指標を作る。
4.研究内容
自然数の集合を奇数の集合と偶数の集合に分割することで無限集合の中に2つの無限集合が発生し濃度の和が等しくならないと考えた。
有限集合の場合、集合を分割する要素として集合Aと分割された集合B、Cの和が等しくなるにはB∧C＝Φ　A＝B∨Cの2つの関係が成り立たなくてはならない。
数学的帰納法を用いることにした。
自然数の集合U(濃度:2n)を奇数の集合Aと偶数の集合Bに分割して考える。
(i)n=1のとき
明らかにA、Bの濃度の和とUの濃度は等しい
n=kが成り立つと仮定する
(ii)n=k+1のとき
集合Uをn=kのときの集合U'と2k+1、2k+2のみを元として持つ集合Cに分割して考える
集合U'、Cはそれぞれn=k、n=1のときと条件が等しいので濃度の和は等しい
集合U’と集合Cの和の範囲は1≦n≦2k+2となり、これは集合Uの範囲と等しい
よって数学的帰納法によりnがすべての自然数の場合でも成り立つ。
しかし無限集合では部分集合が無限集合になり、分割した集合の濃度の和が等しくならないことがわかった。

図2



5.考察
濃度では実数の濃度アレフと自然数の濃度アレフ･ゼロの2つでしか集合を区分できない。
無限と有限集合はなめらかに繋がっていてほしいので無限有限ともに使えるような新たな指標を作る。稠密や完備の観点より自然数、有理数、実数は区別することができる





	自然数	有理数	実数
稠密	なし	あり	あり
完備	なし	なし	あり