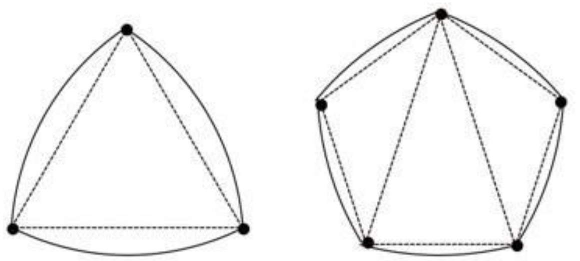
ルーローの多角形とその隙間の面積

大阪府立東高校　数学班

ルーローの多角形について

ルーローの多角形とは正奇数角形の各頂点を中心に、その正奇数角形の対角線を一辺の半径とする円弧で出来たものである。また，どの方向にも一定であるという特徴を持つ定幅図形。



目的

正奇数角形からルーローの多角形を作るとき、元になる図形を正三角形、正五角形、正七角形･･･と変えていくと隙間の面積と全体の面積の変化に法則性は存在するのか。

方法

単位円に内接する正奇数角形を描く。そしてその図形をルーローのｎ角形へと拡張し特徴をまとめる。

仮説

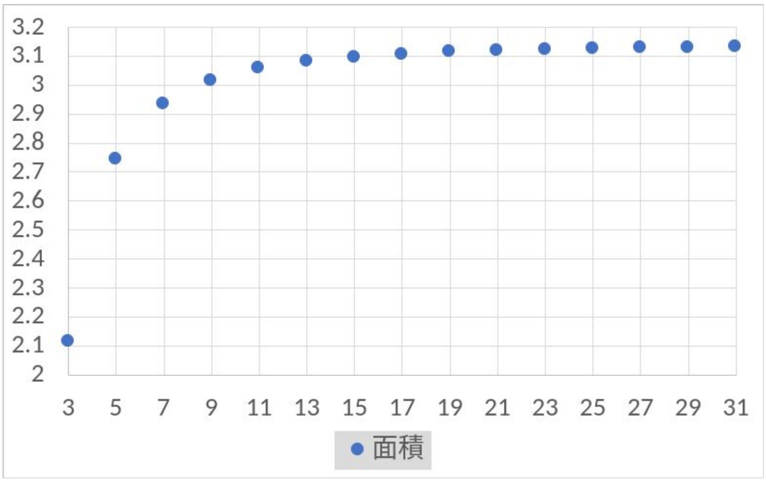
①nの値を3,5,7,,,のように整数の範囲で大きくしていくと、隙間の面積は限りなく０に近づく。

②nの値を3,5,7,,,のように整数の範囲で大きくしていくと、全体の面積は限りなくπに近づく。

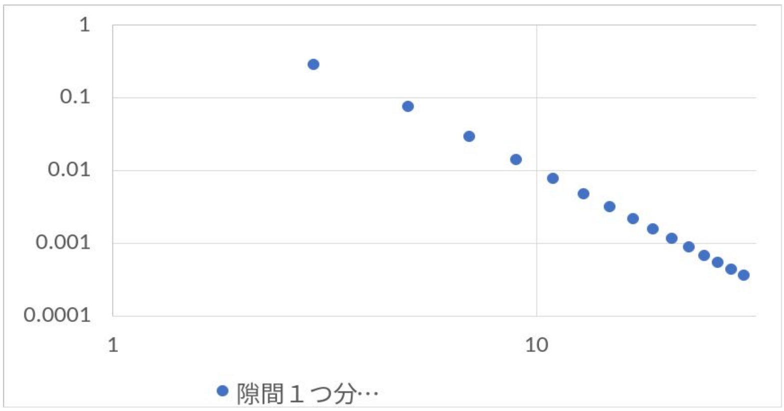
結果

$$S_n=\frac{\sin^2\frac{\pi}{n}\left\{n\cos\frac{\pi}{n}\left(1-\cos\frac{\pi}{n}\right)+\sin\frac{\pi}{n}\left(\pi-n\sin\frac{\pi}{n}\right)\right\}}{\sin\frac{\pi}{n}\left(1-\cos\frac{\pi}{n}\right)}$$

$$S_n=\frac{\sin^2\frac{\pi}{n}\left(\pi-n\sin\frac{\pi}{n}\right)}{n\left(1-\cos\frac{\pi}{n}\right)}$$



↑全体の面積(縦軸:面積,横軸:ｎ)



↑隙間１つ分の面積(両対数グラフ)(縦軸:面積,横軸:ｎ)

結論

ｎの値を大きくしていくと隙間の面積は限りなく0に近づき、全体の面積は限りなくπに近づく。

展望

ルーローの偶数角形に拡張して隙間の面積の規則性をみつける。

参考文献

コドモとアプリ(2022/06/17)
[Scratch]ルーローの多角形
https://studio.beatfix.co.jp/kids-it/kids-programming/scratch/scratch-reuleaux3/